Legami costitutivi

Mander

J.B. Mander, M.J.N. Priestley e R. Park, *Theoretical stress-strain model for confined concrete*, Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 14, no. 8, 1988.

Calcestruzzo non confinato

Parametri da definire:

f_c

$\varepsilon_{c0} = 0.002$ citato nell'articolo

$\varepsilon_{cu} = 0.004$ non lo trovo nell'articolo

$E_c = 5000\sqrt{f_c}$ Mander indica questo; abbiamo assunto che sia il valore secante a $0.4 f_c$

Legame costitutivo:

$$\sigma_c = f_c \frac{r \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}}{r - 1 + \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right)^r}$$

con

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \qquad E_{sec} = \frac{f_c}{\varepsilon_{c0}}$$

Nota: abbiamo utilizzato qui E_{c0} cioè il valore tangente all'origine, pari a 1.05 E_c.

Calcestruzzo confinato

Parametri da definire:

$\rho, \quad \alpha\, \omega_{st}$ in aggiunta a quelli del calcestruzzo non confinato

da cui ricavare i parametri che seguono (o assegnarli direttamente)

$f_c^c = k\, f_c$ $\qquad k = 2.254\sqrt{1 + 3.97\, \alpha\, \omega_{st}} - \alpha\, \omega_{st} - 1.254$

$\varepsilon_{c0}^c = \left[1 + 5(k-1)\right]\varepsilon_{c0}$ citato nell'articolo

$\cancel{\varepsilon_{cu}^c = \varepsilon_{cu} + \frac{1.4\, \rho\, f_y}{f_c^c}\varepsilon_{su} = \varepsilon_{cu} + \frac{1.4\, \omega_{st}}{k}\varepsilon_{su}}$ $\qquad \varepsilon_{cu}^c = \varepsilon_{cu} + \dfrac{1.4\, \alpha\omega_{st}}{k}\varepsilon_{su}$ non lo trovo nell'articolo

Nota: ho deciso, per coerenza (oltre che per comodità operativa), che nella espressione di sopra si debba usare $\alpha\, \omega_{st}$ e non solo ω_{st}

Legame costitutivo:

$$\sigma_c^c = f_c^c \frac{r \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c}}{r - 1 + \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c}\right)^r}$$

con

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \qquad E_{sec} = \frac{f_c^c}{\varepsilon_{c0}^c}$$

Kent e Park

D.C. Kent, R. Park, *Flexural members with confined concrete*, Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 97, no. ST7, 1971.
R. Park, M.J.N. Priestley, W.D. Gill, *Ductility of square-confined concrete columns*, Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 104, no. ST4, 1982.

Calcestruzzo non confinato

Parametri da definire:

f_c

$\varepsilon_{c0} = 0.002$ citato nell'articolo

$\varepsilon_{cu} = 0.0035$ ritengo sia una nostra assunzione, non presente nell'articolo

Nota: non occorre E_c, ma l'abbiamo comunque definito usando le formule EC2

Legame costitutivo:

$$\sigma_c = f_c \left[2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right)^2 \right] \qquad \text{per } \varepsilon \le \varepsilon_{c0}$$

$$\sigma_c^c = \max \begin{cases} f_c \left[1 - Z\,(\varepsilon_c - \varepsilon_{c0})\right] \\ 0.2\, f_c \end{cases} \qquad \text{per } \varepsilon > \varepsilon_{c0}$$

con

$$Z = \frac{0.5}{\varepsilon_{50} - \varepsilon_{c0}} \qquad \varepsilon_{50} = \frac{3 + 0.29 f_c}{145 f_c - 1000}$$

Calcestruzzo confinato

Parametri da definire:

ρ, $\alpha\,\omega_{st}$ in aggiunta a quelli del calcestruzzo non confinato

da cui ricavare i parametri che seguono (o assegnarli direttamente)

$f_c^c = k\, f_c$ $k = 1 + \alpha\,\omega_{st}$ ok (ma nell'articolo non c'è α)

$\varepsilon_{c0}^c = k\,\varepsilon_{c0}$ citato nell'articolo

$\varepsilon_{cu}^c = \varepsilon_{cu} + 0.1\,\alpha\,\omega_{st}$ ritengo sia una nostra assunzione, non presente nell'articolo

$\varepsilon_{50,h} = 0.75\,\rho_{st}\sqrt{\frac{b}{s}}$ citato nell'articolo

b è riferito alla sezione confinata; per sezione generica abbiamo assunto $b = \sqrt{A}$.

Legame costitutivo:

$$\sigma_c^c = f_c^c \left[2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c}\right)^2 \right] \qquad \text{per } \varepsilon \le \varepsilon_{c0}^c$$

$$\sigma_c^c = \max \begin{cases} f_c^c \left[1 - Z\,(\varepsilon_c - \varepsilon_{c0}^c)\right] \\ 0.2\, f_c^c \end{cases} \qquad \text{per } \varepsilon > \varepsilon_{c0}^c$$

con

$$Z = \frac{0.5}{\varepsilon_{50}^c - \varepsilon_{c0}^c} \qquad \varepsilon_{50}^c = \varepsilon_{50} + \varepsilon_{50,h}$$

Sargin (espressioni generali)

Sargin, *Stress-Strain Relationships for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections*. SM Study 4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Canada, 1971.

Calcestruzzo non confinato

Parametri da definire:

f_c

$\varepsilon_{c0} = 0.0024$ nel programma compare questo valore, ma non so perché

$\varepsilon_{cu} = 0.0035$ abbiamo utilizzato i valori dell'EC2

$E_c = 22000 \left(\frac{f_c}{10} \right)^{0.3}$ valore secante a $0.4\, f_c$ (da EC2)

Nota: a rigore si dovrebbe fare distinzione tra f_c e f_{cm}. Abbiamo ritenuto che l'EC2 lo faccia perché usa un valore cautelativo f_{ck} come resistenza, mentre in questo programma si usa in genere come resistenza il valore medio. Se avessimo voluto mantenere la distinzione avremmo dovuto mettere in questa espressione di E_c il valore $f_c + 8$.

Legame costitutivo:

$$\sigma_c = f_c \, \frac{A \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} + (D-1) \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \right)^2}{1 + (A-2) \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} + D \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \right)^2} \qquad \text{con} \qquad A = \frac{E_c \, \varepsilon_{c0}}{f_c} \qquad D = 0.8 - 0.00725\, f_c$$

Nota: abbiamo utilizzato qui E_{c0} cioè il valore tangente all'origine, pari a 1.05 E_c.

Calcestruzzo confinato

Parametri da definire:

$\rho, \quad \alpha\, \omega_{st}$ in aggiunta a quelli del calcestruzzo non confinato

da cui ricavare i parametri che seguono (o assegnarli direttamente)

$f_c^c = k \; f_c$

$$k = 1 + 0.0146\, (1 - 0.245\, S_{Be})\, S_f\, \rho \, \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \times 12.0432$$

12.0432 fattore di conversione psi→MPa

$$\varepsilon_{c0}^c = \varepsilon_{c0} + 0.0374\, (1 - 0.734\, S_{Be})\, S_f\, \rho \, \frac{f_y}{1000\, \sqrt{f_c}} \times 12.0432$$

$S_{Be} = \frac{s}{b}$ b dimensione minima della sezione

$S_f = 2 \frac{b\, h}{\sqrt{b^2 + h^2}}$ b, h dimensioni della sezione

$\varepsilon_{cu}^c = \varepsilon_{cu} + 0.1\, \alpha\, \omega_{st}$ ritengo sia una nostra assunzione, non presente nell'articolo

Legame costitutivo:

$$\sigma_c^c = f_c^c \, \frac{A \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} + (D-1) \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} \right)^2}{1 + (A-2) \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} + D \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} \right)^2} \qquad \text{con} \qquad A = \frac{E_c \, \varepsilon_{c0}^c}{f_c^c} \qquad D = 0.8 - 0.00725\, f_c$$

Dubbio: perché in D c'è f_c (non confinato)?

Sargin (semplificato)

Definito da noi usando Sargin ma con f_c^c e ε_{c0}^c determinati mediante le espressioni dell'EC2.

Calcestruzzo non confinato

Parametri da definire:

f_c

$\varepsilon_{c0} = 0.0007\, f_c^{\,0.31}$ abbiamo utilizzato i valori dell'EC2

$\varepsilon_{cu} = 0.0035$ per $f_c \le 50$ MPa abbiamo utilizzato i valori dell'EC2

$\varepsilon_{cu} = 0.0028 + 0.027 \left(\frac{98 - f_c}{100} \right)^4$ per $f_c > 50$ MPa

$E_c = 22000 \left(\frac{f_c}{10} \right)^{0.3}$ valore secante a $0.4\, f_c$ (da EC2)

Nota: a rigore si dovrebbe fare distinzione tra f_c e f_{cm}. Abbiamo ritenuto che l'EC2 lo faccia perché usa un valore cautelativo f_{ck} come resistenza, mentre in questo programma si usa in genere come resistenza il valore medio. Se avessimo voluto mantenere la distinzione avremmo dovuto mettere in questa espressione di E_c il valore $f_c + 8$.

Legame costitutivo:

$$\sigma_c = f_c \, \frac{A \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} + (D-1) \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \right)^2}{1 + (A-2) \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} + D \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \right)^2}$$

con

$A = \dfrac{E_c\, \varepsilon_{c0}}{f_c}$ $\qquad D = 0.8 - 0.00725\, f_c$

Nota: abbiamo utilizzato qui E_{c0} cioè il valore tangente all'origine, pari a 1.05 E_c.

Calcestruzzo confinato

Parametri da definire:

ρ, $\alpha\, \omega_{st}$ in aggiunta a quelli del calcestruzzo non confinato

da cui ricavare i parametri che seguono (o assegnarli direttamente)

$f_c^c = k\, f_c$

$$k = \begin{cases} 1.000 + 2.50\, \alpha\, \omega_{st} & \text{per } \alpha\, \omega_{st} \le 0.1 \\ 1.125 + 1.25\, \alpha\, \omega_{st} & \text{per } \alpha\, \omega_{st} > 0.1 \end{cases}$$ abbiamo utilizzato i valori dell'EC2

$\varepsilon_{c0}^c = k^2\, \varepsilon_{c0}$ abbiamo utilizzato i valori dell'EC2

$\varepsilon_{cu}^c = \varepsilon_{cu} + 0.1\, \alpha\, \omega_{st}$ ritengo sia una nostra assunzione, non presente nell'articolo

Legame costitutivo:

$$\sigma_c^c = f_c^c \, \frac{A \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} + (D-1) \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} \right)^2}{1 + (A-2) \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} + D \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} \right)^2} \qquad \text{con} \qquad A = \frac{E_c\, \varepsilon_{c0}^c}{f_c^c} \qquad D = 0.8 - 0.00725\, f_c$$

Dubbio: perché in D c'è f_c (non confinato)?

EC2

Legame proposto dall'Eurocodice 2, derivato da quello di Sargin con varie semplificazioni.

Calcestruzzo non confinato

Parametri da definire:

f_c

$\varepsilon_{c0} = 0.0007\, f_c^{\,0.31}$

$\varepsilon_{cu} = 0.0035$ per $f_c \le 50$ MPa

$\varepsilon_{cu} = 0.0028 + 0.027 \left(\frac{90 - f_c}{100} \right)^4$ per $f_c > 50$ MPa

$E_c = 22000 \left(\frac{f_c}{10} \right)^{0.3}$ valore secante a $0.4\, f_c$ (da EC2)

Nota: a rigore si dovrebbe fare distinzione tra f_c e f_{cm}. Abbiamo ritenuto che l'EC2 lo faccia perché usa un valore cautelativo f_{ck} come resistenza, mentre in questo programma si usa in genere come resistenza il valore medio. Se avessimo voluto mantenere la distinzione avremmo dovuto mettere in questa espressione di E_c il valore $f_c + 8$.

Legame costitutivo:

$$\sigma_c = f_c \, \frac{A \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \right)^2}{1 + (A-2) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}}$$

con

$$A = \frac{E_c \, \varepsilon_{c0}}{f_c}$$

Nota: abbiamo utilizzato qui E_{c0} cioè il valore tangente all'origine, pari a 1.05 E_c.

Calcestruzzo confinato

Parametri da definire:

ρ, $\alpha\, \omega_{st}$ in aggiunta a quelli del calcestruzzo non confinato

da cui ricavare i parametri che seguono (o assegnarli direttamente)

$f_c^c = k\, f_c$

$$k = \begin{cases} 1.000 + 2.50\, \alpha\, \omega_{st} & \text{per } \alpha\, \omega_{st} \le 0.1 \\ 1.125 + 1.25\, \alpha\, \omega_{st} & \text{per } \alpha\, \omega_{st} > 0.1 \end{cases}$$

$\varepsilon_{c0}^c = k^2\, \varepsilon_{c0}$

$\varepsilon_{cu}^c = \varepsilon_{cu} + 0.1\, \alpha\, \omega_{st}$

Legame costitutivo:

$$\sigma_c^c = f_c^c \, \frac{A \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} \right)^2}{1 + (A-2) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c}} \qquad \text{con} \qquad A = \frac{E_c \, \varepsilon_{c0}^c}{f_c^c}$$

Parabola-rettangolo

Legame proposto da EC2, da usare per verifiche di resistenza, non per valutare la duttilità.

Calcestruzzo non confinato

Parametri da definire:

f_c

$\varepsilon_{c0} = 0.002$ per $f_c \le 50$ MPa

$\varepsilon_{c0} = 0.002 + 0.000085\,(f_c - 50)^{0.53}$ per $f_c > 50$ MPa

$\varepsilon_{cu} = 0.0035$ per $f_c \le 50$ MPa

$\varepsilon_{cu} = 0.0026 + 0.035\left(\dfrac{90 - f_c}{100}\right)^4$ per $f_c > 50$ MPa

Nota: non occorre E_c, ma l'abbiamo comunque definito usando le formule EC2

Legame costitutivo:

$\sigma_c = f_c\left[2\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} - \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right)^n\right]$ per $\varepsilon \le \varepsilon_{c0}$

$\sigma_c^c = f_c$ per $\varepsilon > \varepsilon_{c0}$

con

$n = 2$ per $f_c \le 50$ MPa $\qquad n = 1.4 + 23.4\left(\dfrac{90 - f_c}{100}\right)^4$ per $f_c > 50$ MPa

Calcestruzzo confinato

Parametri da definire:

$\rho,\quad \alpha\,\omega_{st}$ in aggiunta a quelli del calcestruzzo non confinato

da cui ricavare i parametri che seguono (o assegnarli direttamente)

$f_c^c = k\ f_c \qquad k = \begin{cases} 1.000 + 2.50\,\alpha\,\omega_{st} & \text{per } \alpha\,\omega_{st} \le 0.1 \\ 1.125 + 1.25\,\alpha\,\omega_{st} & \text{per } \alpha\,\omega_{st} > 0.1 \end{cases}$

$\varepsilon_{c0}^c = k^2\,\varepsilon_{c0}$

$\varepsilon_{cu}^c = \varepsilon_{cu} + 0.1\,\alpha\,\omega_{st}$

Legame costitutivo:

$\sigma_c^c = f_c^c\left[2\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c} - \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}^c}\right)^2\right]$ per $\varepsilon \le \varepsilon_{c0}^c$

$\sigma_c^c = f_c^c$ per $\varepsilon > \varepsilon_{c0}^c$

con

$n = 2$ per $f_c \le 50$ MPa $\qquad n = 1.4 + 23.4\left(\dfrac{90 - f_c}{100}\right)^4$ per $f_c > 50$ MPa

quale f_c (confinato o non)?

Modelli per scarico e ricarico

Indipendentemente dal legame costitutivo, nelle fasi di carico e scarico si è utilizzata una versione semplificata del modello di Palermo e Vecchio (PV).

Si indica con $\varepsilon_{\min}$ (ε_{2c} per PV) la deformazione minima (ovvero il massimo accorciamento) del calcestruzzo. Il parametro ε_{c0} (ε_p per PV) è quello definito in precedenza.

Nella versione semplificata di PV lo scarico e ricarico è lineare e la sigma si annulla per il valore

$$\varepsilon_{cp} = \varepsilon_{c0}\left[0.166\left(\frac{\varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{c0}}\right)^2 + 0.132\left(\frac{\varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{c0}}\right)\right]$$

e quindi con una pendenza

$$E_{c\_sc} = \frac{\sigma(\varepsilon_{\min})}{\varepsilon_{\min} - \varepsilon_{cp}}$$

Nota: nelle versioni precedenti alla 2.4 questo avveniva solo se $\varepsilon_{\min}$ aveva superato (cioè era minore di) ε_{c0}. In realtà questo deve avvenire sempre (ed è così dalla versione 2.4).